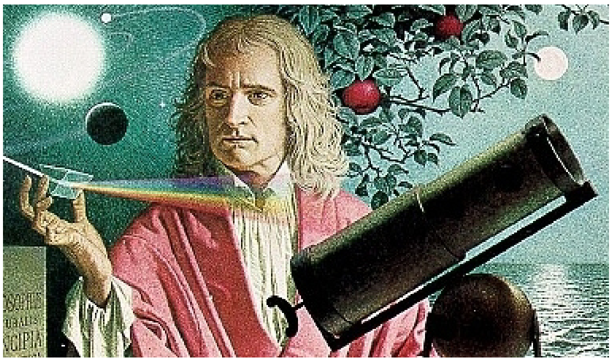
Physique appliquée
BTS 2 Electrotechnique

Mécanique du solide

1. Principe fondamental de la dynamique appliquée au solide

1.1. Le mouvement de translation

Newton (1642 –1727) a permis, grâce à 3 lois, de décrire le mouvement des solides .Nous allons dans un premier temps étudier les cas des mouvements en translation.



Première loi :

Lorsque la somme des forces extérieures s'appliquant sur un objet est nulle, alors le solide est soit immobile ou se déplace à vitesse constante par rapport à un référentiel.

C'est ce qu'on appelle le principe d'inertie.

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$$

Deuxième loi de newton :

Lorsque la somme des forces extérieures s'appliquant sur un objet est non nulle, alors le solide est soumis à une accélération constante.

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\vec{a}$$

Troisième loi de Newton :

C'est le principe d'action et de réaction.

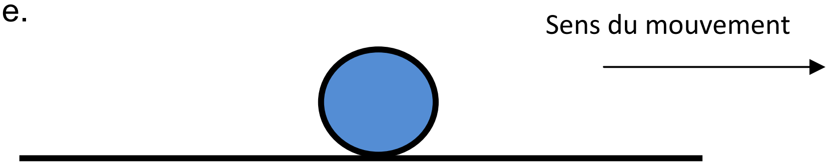
Les forces se produisent toujours par paires. Si l'objet A exerce une force F sur l'objet B, alors l'objet B exerce une force égale et opposée -F sur l'objet A

1.2. Application sur le mouvement de translation

Exercices sur la première loi de Newton :

Exercice1 :

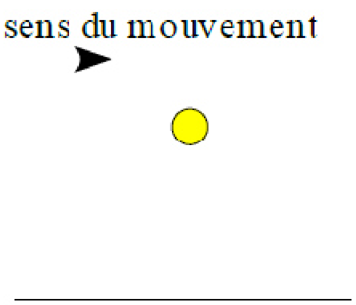
Une boule de billard roule sur une table horizontale. Elle n'est soumise qu'à son poids et à la réaction normale de la table et on précise que ces deux forces ont même norme.



En déduire la nature du mouvement de la boule.

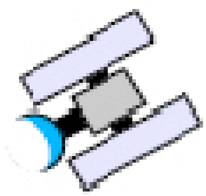
Exercice 2 :

On considère une balle de tennis « en vol ». Les frottements sont négligés.
Examiner les forces qu'elle subit et en déduire la nature de son mouvement



Exercice 3 :

On considère une sonde spatiale dans le vide, loin de toute planète et étoile.



A quelles forces est-elle soumise ? En déduire la nature de son mouvement.

Exercice sur la deuxième loi de Newton :

Exercice 4 :

Un cycliste est en train de démarrer : les frottements qu'il subit sont négligeables.
Après avoir examiné les forces qui s'exercent sur lui, en déduire son mouvement.

Exercice 5 :

Un corps de 10 kg est en mouvement rectiligne uniformément accéléré avec une accélération de 5 m/s^2 .Quelle est la force qui lui est appliquée ?

Exercice 6 :

Une force de 3000N est appliquée à une auto de 1500 kg au repos. Quelle sera son accélération et sa vitesse après 5s d'accélération ?

Exercice 7 :

Une auto de 1000 kg passe de 10 $m.s^{-1}$ à une vitesse de 20 $m.s^{-1}$ en 5s. Quelle est la force qui lui est appliquée ?

Exercice 8 :

Sur une table parfaitement lisse, un corps de 12 kg, initialement au repos, est entraîné par une force de 20 N. Calculer la vitesse acquise et la distance parcourue après 2s.

Exercice 9 :

Calculer la force constante qui agit sur une voiture d'une tonne au repos, sachant que celle-ci atteint une vitesse de 100 km/h en 15 s sur une route horizontale.
Calculer l'espace parcouru avant d'atteindre cette vitesse.

Exercice 10 :

Les freins d'une auto de 1,5 tonne peuvent exercer une force de 4000N.
Quel est le temps nécessaire pour ralentir l'auto de 30m/s à 8 m/s ?
Quelle est la distance parcourue pendant ce temps ?

Exercice 11 :

Une masse de 10 kg est posée sur une table horizontale. Quelle force constante faut-il lui appliquer pour que la vitesse acquise après 2s soit de 4m/s ?
On sait qu'elle part du repos et que les forces de frottement sont évaluées à 4 N dans la direction du mouvement. (rép : 24N)
Exercice de calcul de la poussée d'Archimède (troisième loi de Newton) :
Exercice 12 :

- Un bloc de béton de 2 m x 1,5 m x 0,5 m se trouve au fond d'un port.
- 1 m^3 de béton pèse 3 tonnes
- Quel est le poids de la poussée d'Archimède
- Quel volume d'air faut-il avoir pour remonter ce bloc ?

$\rho_{\text{eau de mer}} = 1024 \text{ kg m}^{-3}$

Exercice 13 :

Solide suspendu à un ressort

Un solide S de masse m est accroché à un ressort de constante de raideur k.

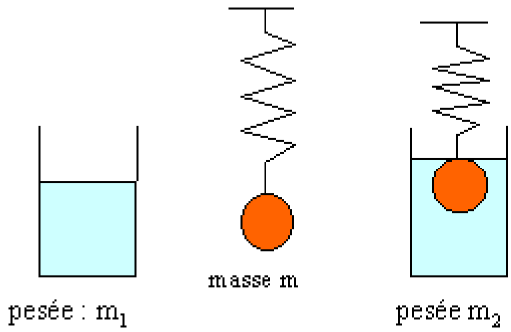
A l'équilibre le ressort s'allonge d'une longueur x_1.

Un becher contenant de l'eau à une masse m_1.

Le solide S est plongé dans l'eau du becher.

Un nouvel équilibre est observé.

L'allongement du ressort devient égal à x_2 et la masse de l'ensemble est m_2.



1- Établir l'expression de l'allongement x_1 en fonction de m, g et k.

2- Établir l'expression de l'allongement x_2 en fonction de m, m_e, g et k. Comparer à x_1.

3- Exprimer la différence de pesée $m_2 - m_1$ (on considère le système {eau, becher}).

4- Exprimer la masse m_{eau} en fonction de x_2 et x_1,k et g.

Rappel : l'intensité de la tension d'un ressort a pour expression F = k x.

Exercice 14 :

Iceberg

Un iceberg a un volume émergé $V_e = 600\ m^3$. La masse volumique de l'iceberg est $\rho_1 = 910\ kg\ m^{-3}$ et celle de l'eau de mer est $\rho_2 = 1024\ kg\ m^{-3}$.

1- Schématiser l'iceberg flottant et tracer les forces auxquelles il est soumis à l'équilibre.

2- Déterminer une relation entre le volume émergé V_e, le volume totale V_t et les masses volumiques.

3- Calculer le volume V_t et la masse m de l'iceberg

Exercice 15 :

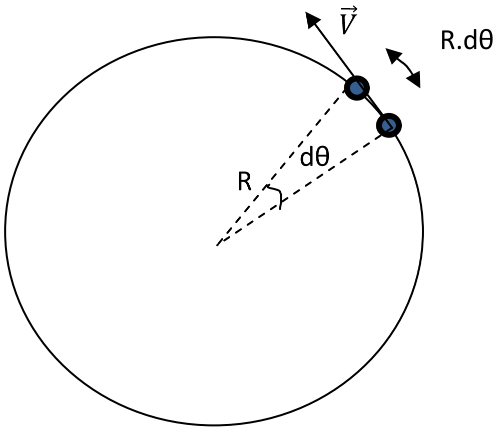
Paquebot

La masse d'un paquebot est de 57 800 tonnes. Quel est le volume de la partie immergée dans l'eau de mer de densité 1,028, ou dans l'eau douce ?

1.3. Le mouvement de rotation

1.3.1. Vitesse

Quand un point se déplace sur une courbe circulaire d'un angle dθ durant un temps dt , on peut écrire :



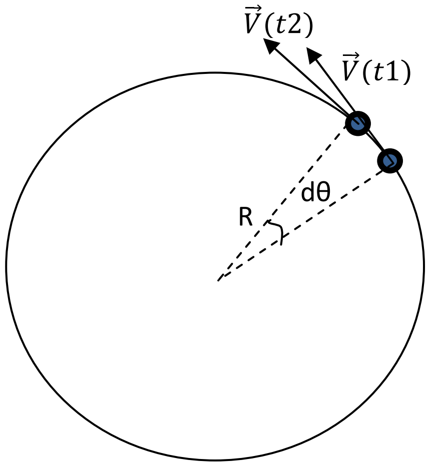
On peut noter que :

$$V = \frac{R.d\theta}{dt} = R.\Omega$$

Avec :
V Vitesse en m par seconde ($m.s^{-1}$)
R rayon en mètre (m)
θ position angulaire en radians (Rad)
Ω vitesse angulaire en radians pas seconde ($rad.s^{-1}$)

1.3.2. Accélération

Lorsque le point se déplace sur une courbe parfaitement circulaire le vecteur vitesse change de direction à chaque instant :

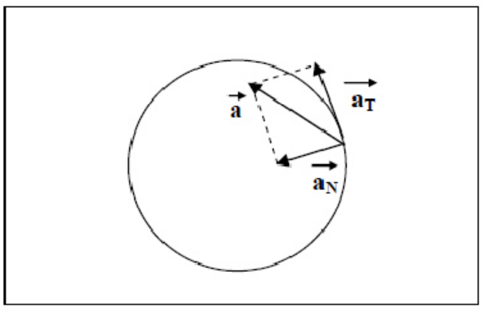


Cela signifie que l'accélération $\vec{\gamma} = \overrightarrow{dV/dt}$ ne sera pas nulle.

Cette accélération peut être décomposée en deux composantes $\overrightarrow{\gamma_N} et \overrightarrow{\gamma_T}$

- **accélération tangentielle** : γ_T (porté par la tangente au cercle au point considéré)
- **accélération normale**(ou radiale) : γ_N (porté par le rayon OM)

La vecteur **accélération** est défini par la relation $\vec{\gamma} = \overrightarrow{\gamma_N} + \overrightarrow{\gamma_T}$



Dans le cas d'un mouvement circulaire, le **vecteur accélération** peut prendre diverses orientations, mais il sera **toujours orienté vers l'intérieur du cercle**.

Expression des accélérations :

$$\gamma_N = R.\Omega^2 = \frac{V^2}{R}$$

Et

$$\gamma_T = R\frac{d\Omega}{dt}$$

Dans le cas d'un mouvement à vitesse constante, Ω ne varie pas et $\gamma_T = 0$

Pour mettre en mouvement un solide autour d'un axe de rotation,il faut considérer le moment des forces appliquées par rapport à cet axe de rotation et le moment d'inertie.

1.3.3. Moment de forces :

Le moment d'une force qui s'exerce sur un solide par rapport à un axe de rotation est défini par le produit du bras levier et de la norme de force considérée.

$$M\vec{F}_{/0} = F.d$$

Avec :

$M\vec{F}_{/0}$ moment de la force F par rapport à O en Newton mètre (Nm)

F en Newton (N)

d distance du bras de levier en mètre (m)

Le **moment d'une force** dans le cadre d'un mobile en rotation autour d'un axe est appélé également **couple**.

1.3.4. Moment d'inertie

L'inertie est caractérisé par le paramètre J nomé le moment d'inertie :

$$J = \int r^2 dm$$

Avec :

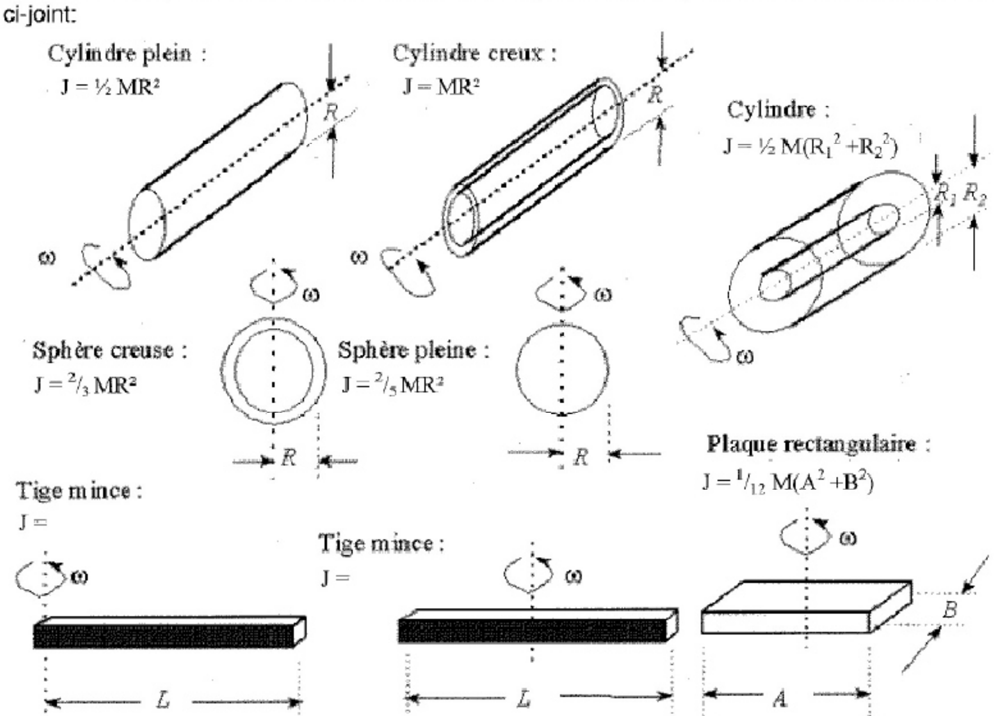
J moment d'inertie en $Kg.m^2$

r distance entre les élément de masse et le point de rotation.

dm élément de masse constituant le solide mis en mouvement de rotation

MOMENTS D'INERTIE DES FORMES USUELLES

Si un corps est composé de plusieurs parties, le moment d'inertie total est la somme des moments d'inertie.
Pour des corps de forme simple, les moments d'inertie sont trouvés par calcul intégral. Les résultats du calcul intégral se trouvent dans le tableau ci-joint:



Le moment d'inertie d'un disque plein est le même que celui d'un cylindre plein. L'épaisseur n'a pas d'importance. De même, l'épaisseur d'une plaque n'a pas d'importance.

1.3.5. Principe fondamental de la dynamique en rotation

Pour faire évoluer la vitesse de rotation d'un solide,il faut fournir un couple d'accélération non nul :

$$J.\frac{d\Omega}{dt} = T_{acc} = T_{utile\ moteur} - T_{résistant}$$

Avec :

J moment d'inertie en Kgm²

Ω vitesse angulaire en rad.s^{-1}

T_{acc} Couple d'accélération en Newton mètre (Nm)

$T_{utile\ moteur}$ Couple utile moteur en Newton mètre (Nm)

$T_{résistant}$ Couple résistant du à la charge en Newton mètre (Nm)

1.4. Application sur le mouvement de rotation

Exercice 16 :

Le moment d'inertie du rotor d'un moteur de machine électrique s'oppose à sa variation de vitesse angulaire. Plus il sera grand, plus il sera difficile de changer de fréquence de rotation. On assimile le rotor d'un moteur à un cylindre homogène de diamètre 250 mm et de hauteur 100 mm et de masse volumique □ = 7 100 kg.m^{-3}.

a) **Calculer** son moment d'inertie
b) **Calculer** le moment d'inertie d'un rotor assimilable à un cylindre de même masse, mais ayant un diamètre de 100 mm.
c) **Citer** pour chaque moteur une application où son emploi est souhaitable.

Exercice 17 :

Une machine est entraînée par un moteur électrique de fréquence nominale 1500 tr/min. Celui-ci exerce au démarrage un couple moteur constant de 40 N.m. Le moment d'inertie de l'ensemble de la chaîne cinématique rapporté à l'axe du rotor est de 12,5 kg.m². Le couple résistant dû aux frottements est supposé constant et égal à 4 N.m.

a) **Calculer** l'accélération du moteur pendant le démarrage.
b) **Calculer** le temps mis pour atteindre la fréquence nominale.

Exercice 18 :

Une meule pleine cylindrique de masse volumique 4 000 $kg.m^{-3}$ a un diamètre D = 600 mm et une épaisseur e = 50 mm. Elle tourne à la fréquence N de 900 tr/min d'un mouvement uniforme quand elle est entraînée par le moteur électrique. On débraye le moteur. La meule n'est plus soumise qu'au couple de frottement Cf de son arbre sur les paliers.

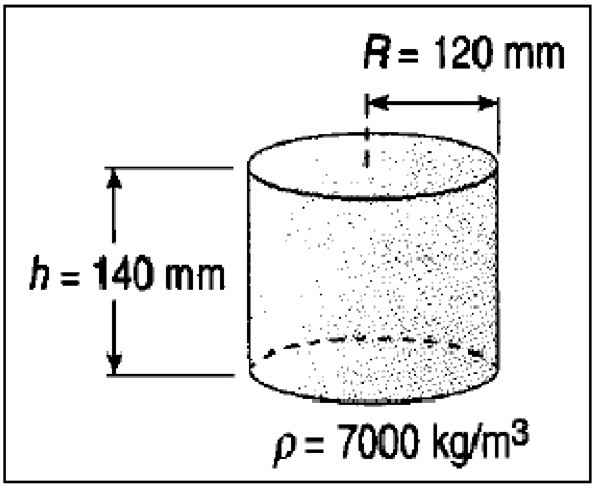
Cf = 5 N.m.

a) **Calculer** Ω
b) **Calculer** le temps d'immobilisation
c) **Calculer** le nombre de tours faits pendant ce temps

Exercice 19 :

Le rotor d'un moteur est assimilé à un cylindre dont on donne les caractéristiques ; ρ désigne la masse volumique.

a) **Calculer** le moment d'inertie du cylindre.
b) Le rotor tourne à la fréquence de 600 tr/min d'un mouvement uniforme. **Calculer** sa vitesse angulaire.
c) On coupe l'alimentation du rotor qui n'est donc soumis



qu'au couple de frottement d'une valeur de 4 N.m.

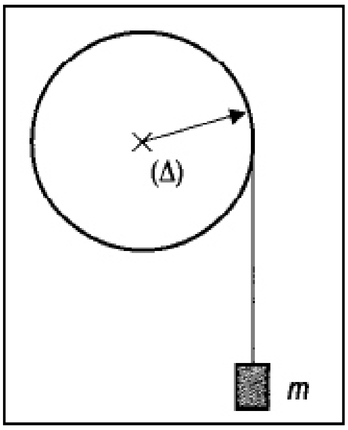
Calculer en appliquant le principe fondamental de la dynamique l'accélération angulaire.

d) **Calculer** le temps mis par le rotor pour être à l'arrêt.

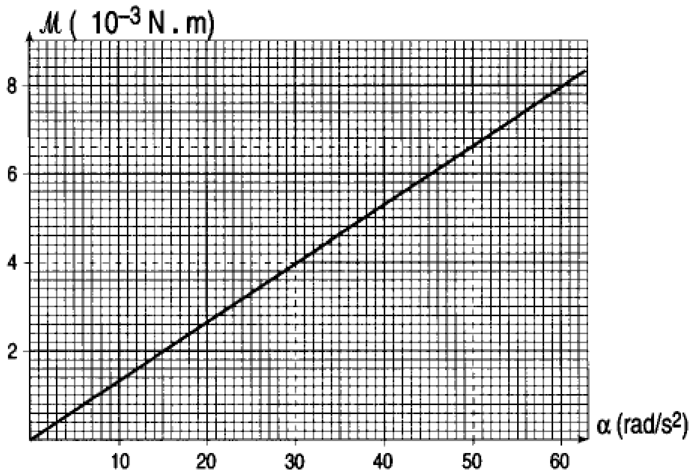
Exercice 20 :

On considère un cylindre de masse M = 500 g muni d'une gorge périphérique sur laquelle on enroule un fil.

On accroche à l'extrémité une masse *m* et le système se met en rotation.



Le graphe obtenu représente la somme algébrique des moments des forces et des couples appliquées au cylindre en fonction de l'accélération angulaire Ω'.



a)) **Indiquer** ce que représente le coefficient directeur de la droite obtenue.
b)) **En déduire** le rayon du cylindre.

Exercice 21 :

Un treuil est constitué d'un cylindre homogène de masse M = 20 kg, de rayon r = 10 cm et d'axe Z. Une corde enroulée sur le treuil soutient un solide S de masse m = 10 kg. Les masses de la corde et de la manivelle ainsi que toutes les résistances passives (frottements et résistance de l'air) sont négligeables.

a) **Calculer** la tension T de la corde en situation d'équilibre ou de rotation uniforme
b) **Calculer** l'accélération angulaire w' du treuil si on lâche la manivelle
c) **Calculer** l'accélération linéaire *a* du solide *S* dans sa chute lorsqu'on lâche la manivelle.

Exercice 22 :

Un petit gyroscope cylindrique de masse m = 100 g et de 5 cm de rayon tourne autour de son axe à raison de 3600 tours par minute. Sachant qu'il s'arrête en 3 minutes sous l'action de résistances passives équivalentes à un couple que vous supposerez constant :

a) **Calculer** l'accélération angulaire $\frac{d\Omega}{dt}$ du gyroscope
b) **Calculer** le moment M du couple résistant
c) **Calculer** le nombre de tours n effectués entre le début du ralentissement et l'arrêt.

2. Aspect énergétique des mouvements de rotation et de translation

2.1. Notion d'énergie

L'énergie se présente sous de multiple forme dans la nature.

Elle se conserve et se transforme. Elle permet de déplacer, de déformer des objets, de transformer l'état de la matière.

On peut citer quelques exemples :

Panneau photovoltaïque => Energie rayonnée vers énergie électrique

Moteur électrique => Energie électrique vers énergie mécanique

Résistance électrique => Energie électrique vers énergie thermique

Batterie de voiture => Energie électrique vers énergie chimique (réversible)

2.2. Energie cinétique de translation

Le principe d'inertie nous indique qu'un corps s'oppose à la variation de vitesse mais qu'il conserve sa vitesse en un mouvement rectiligne uniforme.

Si cet objet percute un obstacle dans sa course,il va libérer un force d'impact.

En fait l'énergie stockée sous forme cinétique va être libérée.

On la note :

$$E_{cinétique} = \frac{1}{2}.m.V^2$$

Avec :

$E_{cinétiqe}$ Energie cinétique en Joules (J)

m masse du solide en kilogramme (kg)

V vitesse du solide en $m.s^{-1}$

2.3. Energie cinétique de rotation

Lorsqu'un objet est en rotation autour d'un axe, il possède également une énergie cinétique, car le principe d'inertie est toujours vrai dans ce cas.

On la note :

$$E_{cinétique} = \frac{1}{2}.J.\Omega^2$$

Avec :

$E_{cinétiqe}$ Energie cinétique en Joules (J)

J Moment d'inertie du solide en

Ω vitesse angulaire du solide en rad.s^{-1}

2.4. Energie potentielle de pesanteur

Lorsqu'un objet est en chute libre, le poids de l'objet lui communique une accélération.

Une énergie dite potentielle se transforme en énergie cinétique.

On la note :

$$E_{potentielle} = m.g.z$$

Avec :

$E_{potentielle}$	Energie potentielle en Joules (J)
m	masse du solide en Kilogramme (kg)
g	accélération due à vitesse la pesanteur
z	altitude exprimée en mètre (m)

2.5. Energie potentielle des ressorts

Pour comprimer un ressort, il faut fournir une force.

Si on bloque le ressort, on peut dire que de l'énergie potentielle est stockée.

En effet, si on libère le ressort, on peut pousser un objet et lui communiquer une vitesse.

(Exemple la boule de flipper)

On la note :

$$E_{potentielle\ ressort} = \frac{1}{2}.k.x^2$$

Avec :

$E_{potentielle\ ressort}$	Energie potentielle du ressort en Joules (J)
k	constante de raideur en joule par m² ($J.m^{-2}$)
x	longueur de compression ou d'extension en mètre (m)

2.6. Energie mécanique totale

L'énergie mécanique totale est constituée des énergies citée précédemment

On la note :

$$E_{mécanique} = E_{potentielle} + E_{cinétique}$$

$$E_{mécanique} = \frac{1}{2}.k.x^2 + m.g.z + \frac{1}{2}.m.V^2 + \frac{1}{2}.J.\Omega^2$$

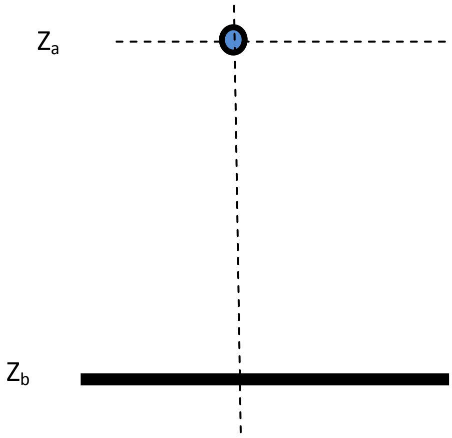
2.7. Conservation de l'énergie

Antoine Laurent de Lavoisier (1743 - 1794)

« Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme »

Cas de la chute libre : (Frottement de l’air négligé

On lâche un objet d’une altitude Z_a et Le sol se trouve à une altitude z_b.



L’énergie potentielle se transforme en énergie cinétique

Energie au point A : $Em_A = Ep_A + Ec_A$

Energie au point B : $Em_B = Ep_B + Ec_B$

Conservation de l’énergie :

$$Em_A = Em_B$$

Soit :

$$Ep_A + Ec_A = Ep_B + Ec_B$$

$$m.g.Za + 0 = m.g.ZB + \frac{1}{2}.m.V_B{}^2$$

$$\frac{1}{2}.\cancel{m}.V_B{}^2 = \cancel{m}.g.(Z_A - Z_{B)}$$

$$V_B = \sqrt{2.g.(Z_A - Z_B)}$$

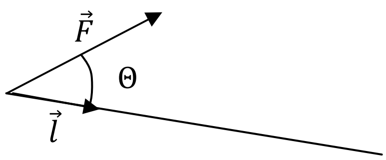
2.8. Travail d’une force

Lorsqu’un solide est soumis à une force ,il lui communique de l’énergie cinétique.

A partir du moment où l’application de cette force est maintenue sur une distance non nulle, il faut fournir de l’énergie.

On dit que cette force travaille.

On note l’énergie fournit par la relation :



$$w = \vec{F}.\vec{l}$$

C’est un produit scalaire :

$$w = F.l.\cos(\Theta)$$

2.9. Variation d'énergie mécanique totale

Lorsqu'on fait un bilan d'énergie pour un solide, et qu'il y a des forces de frottement qui travaillent, alors l'énergie se dissipe en chaleur.

L'équation du bilan d'énergie devient donc :

$$Em_A = Em_B + \sum W_{\text{forces extérieures}}$$

2.10. Notion de Puissance

La puissance exprimée en watt et correspond au nombre de Joule fourni ou donné par un mobile en mouvement.

On note la relation :

$$P = \frac{dw}{dt}$$

Si la puissance est constante, on écrira : W = P.t

Avec :

P puissance en watt (w)

W énergie en Joule (J)

t temps en seconde (s)

2.11. Notion de rendement

Le rendement est le rapport entre l'énergie sortante et l'énergie entrante.

$$\eta = \frac{W_{utile}}{W_{absorbée}}$$

On pourra également exprimer le rendement par un rapport de puissance :

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbée}}$$

2.12. Application sur l'énergie en mécanique

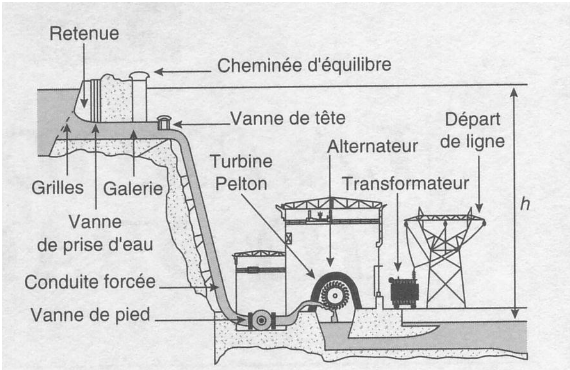
Etude d'une centrale hydraulique

La centrale hydraulique de type Pelton utilise les chutes d'eau de grande hauteur pouvant se présenter en montagne. La puissance P (en W) mise en jeu par une chute d'eau (de masse volumique $\rho = 10^{3}\ kg / m^{3}$) de hauteur h (en m) et de débit q (en m^3/s) est égale à :

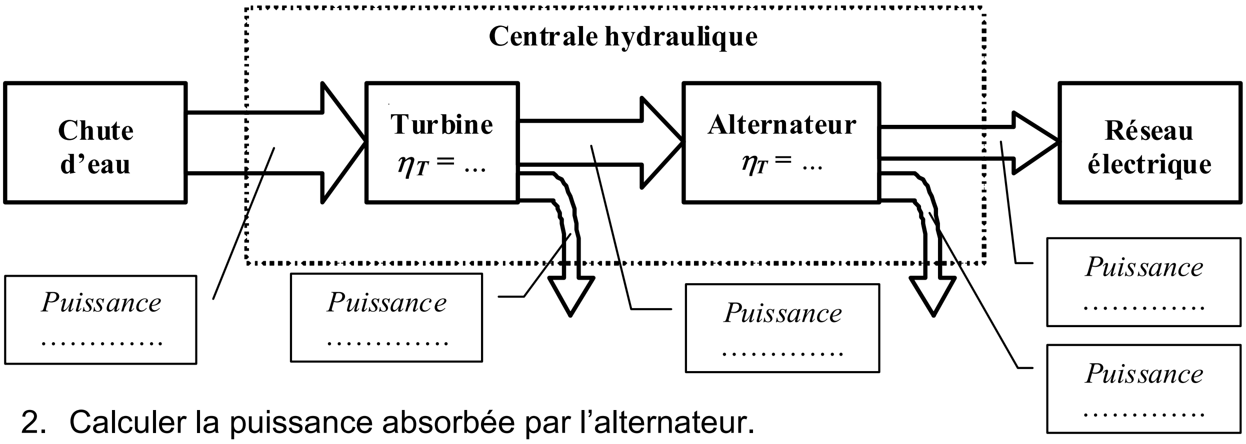
$$P = \rho.g.h.q \text{ avec } g = 9,81\ m^2/s$$

L'eau, au bout de sa chute, entraîne une roue à aubes. Celle-ci est accouplée à un alternateur qui fournit au réseau électrique une puissance de *1,1 MW.*

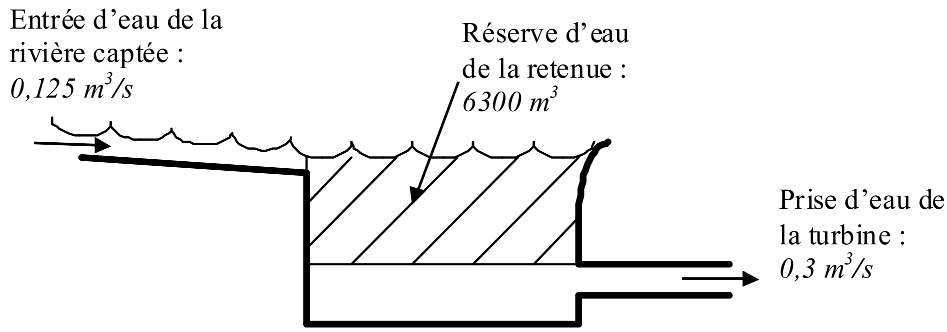
La turbine présente un rendement $\eta_T = 88\ \%$. L'alternateur présente un rendement $\eta_A = 95\ \%$.



1. Compléter le schéma-bloc ci-dessous représentant le bilan de puissance de la centrale, en indiquant la nature des puissances échangées (entrantes et sortantes) et le rendement de chacun des convertisseurs (turbine et alternateur).



2. Calculer la puissance absorbée par l'alternateur.
3. En déduire la puissance perdue par l'alternateur.
4. Vérifier que la puissance absorbée par la turbine est de *1316 kW.*
5. En déduire la puissance perdue par la turbine.
6. Calculer le rendement η total de la centrale hydraulique.
7. Démontrer que le rendement η total est égal à : $\eta = \eta_T.\ \eta_A$
8. Calculer la hauteur h de la chute d'eau sachant que son débit est de $0,3\ m^3/s$.
9. La retenue d'eau présente une réserve d'eau telle que l'on puisse turbiner sans arrêt avec un débit de $0,3\ m^3/s$ pendant un intervalle de temps de durée t_1 :



a) Faire le bilan des quantités d'eau entrant et sortant de la retenue d'eau.
b) En déduire la durée t_1 (exprimée en heures) pendant laquelle on peut turbiner sans arrêt avec un débit de $0,3\ m^3/s$.
c) Si la turbine ne fonctionne pas, calculer le temps t_2 (exprimé en heures) nécessaire pour que la rivière remplisse la réserve d'eau de la retenue.

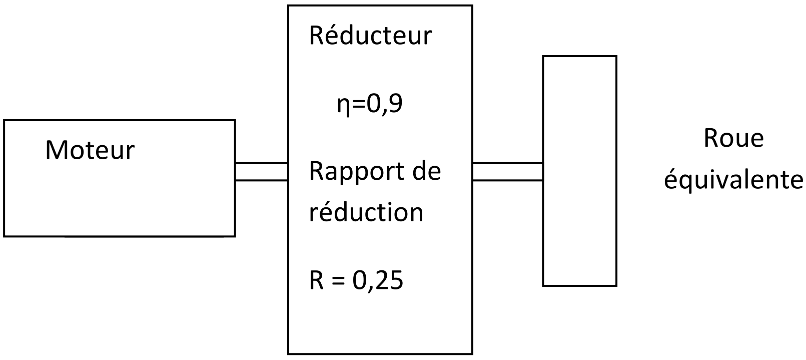
10. Montrer que la centrale électrique ne peut fonctionner que *41,7 %* du temps dans les conditions précédentes.
Cette centrale peut-elle être utilisée comme outil permanent de production d'énergie électrique ou comme outil temporaire permettant de répondre à la demande des heures de pointes ?

Etude de la propulsion d'un véhicule électrique

Calculer l'énergie de démarrage d'une voiture (Frottements négligés pour simplifier l'étude)

Masse $m_{voiture}$: 1400 Kg ; Rayon des roues : 30 cm

Vitesse souhaitée : 100 $Km.h^{-1}$; Temps de démarrage : T_{dem} = 37,5 s



a) Expression de l'énergie cinétique du véhicule $E_{cin\ voiture}$:
b) Expression de l'énergie cinétique de rotation $E_{cin\ roue}$ de la roue équivalente de masse $m_{voiture}$.
c) Trouver alors l'expression du moment d'inertie J_{roue}.
d) En égalisant les énergies cinétiques de rotation en entrée et sortie du réducteur en tenant compte du rendement, établir l'expression de J_{charge} coté moteur.

On donne $J_{arbre + réducteur} = 15.10^{-2}$ kg.m²

e) Calculer la valeur de J_{total}.
f) En appliquant l'équation fondamentale de la dynamique, déterminer la valeur du couple d'accélération nécessaire.
g) En considérant que le couple résistant est faible devant le couple d'accélération calculer la valeur de la puissance maximale nécessaire pour obtenir cette accélération. Exprimer cette valeur en CV.
h) Que se passe-t-il si on veut démarrer en côte dans une pente à 8% ?
i) Déterminer alors la puissance nécessaire pour atteindre 80$Km.h^{-1}$ en 37,5s.

3. Différents type de charges mécaniques

3.1. Exemple de charge à couple constant, parabolique, hyperbolique.

1. Couple constant

Une charge à couple constant est typique de volumes fixes à traiter. Ainsi, par exemple, les compresseurs à vis, les chargeurs et les convoyeurs sont des applications à couple constant typiques. Le couple est constant et la puissance est linéairement proportionnelle à la vitesse.

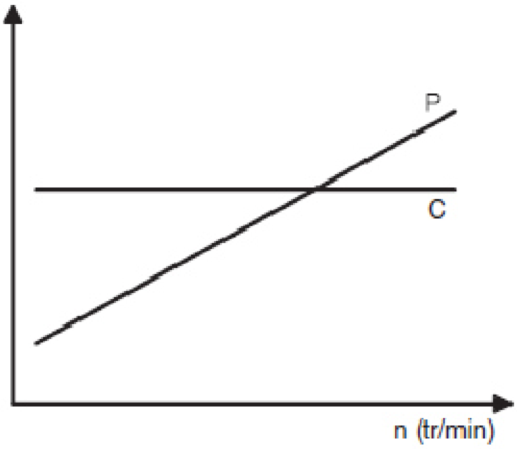


Figure 6.1 Courbes types de couple et de puissance d'une application à couple constant.

2. Couple quadratique
Les charges à couple quadratique sont les plus répandues, avec des applications comme les ventilateurs et les pompes centrifuges. Le couple est proportionnel au carré de la vitesse et la puissance au cube de la vitesse.

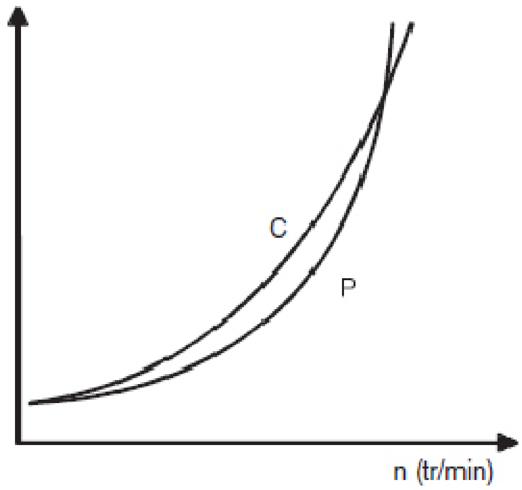


Figure 6.2 Courbes types de couple et de puissance d'une application à couple quadratique.

3. Puissance constante
Une charge à puissance constante est typique d'une machine qui enroule ou déroule un matériau, le diamètre de la bobine variant au fur et à mesure de l'enroulage/déroulage. La puissance est constante et le couple est inversement proportionnel à la vitesse.

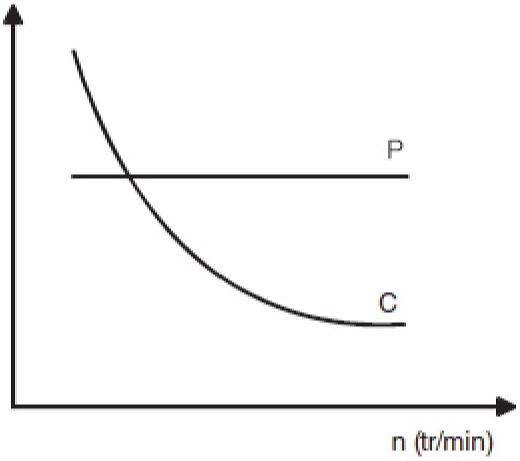


Figure 6.3 Courbes types de couple et de puissance d'une application à puissance constante.

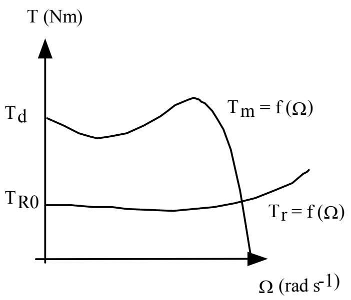
3.2. Point de fonctionnement des machines.

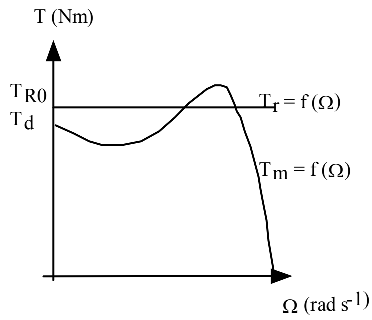
Conditions de démarrage :

La machine ne peut démarrer que si le couple de démarrage de la machine est supérieur au couple résistant de la charge.

$$T_d > T_m \Rightarrow T_a = J.\frac{d\Omega}{dt} = T_m - T_r$$

- Exemples :





Le moteur démarre $T_d > T_{R0}$

Le moteur ne démarre pas $T_d < T_{R0}$

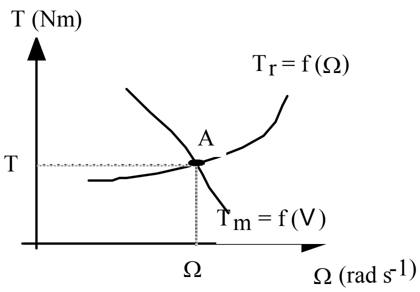
L'accélération est d'autant plus importante que : Tm est grand devant T_r ; J est faible.

Régime établi (point de fonctionnement) :

En régime établi la vitesse est constante. Donc le couple d'accélération n'existe plus.

$$\text{Si } \Omega = cte \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = 0 \Rightarrow T_m = T_r$$

Fonctionnement stable de la machine :

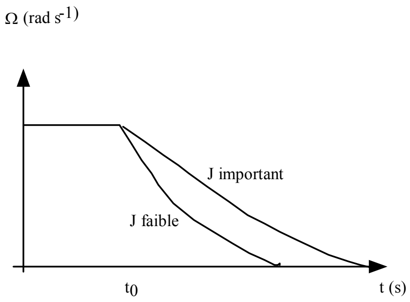


Le point de fonctionnement stable de la machine est le point où les couples moteur et résistant sont égaux.

- Remarque :

Le moteur est généralement choisi afin que le point de fonctionnement A soit le plus proche possible du fonctionnement en régime nominal.

Ralentissement naturel de la machine :



Le ralentissement naturel de la machine est obtenu par arrêt à la coupure de l'alimentation du moteur à l'instant t_0.

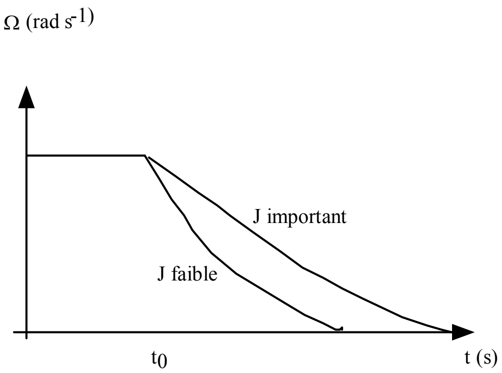
- Remarque :

L'arrêt de la machine est d'autant plus court que le moment d'inertie est faible.

À t = t_0 $T_r + T_a = 0$ => $T_r = -T_a$ => $\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{T_r}{J}$

L'accélération est négative donc ralentissement de la machine.

Freinage du moteur :



Pour réaliser un freinage on ajoute à l'instant t_0 un couple de freinage C_f.

À $t = t_0$ => $T_r + T_a + T_f = 0$ => $T_r + T_f = -T_a$ =>

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{(T_r + T_f)}{J}$$

Le couple de freinage peut être produit par :

- Un élément mécanique ;
- Un système électrique extérieur (frein à poudre, frein à courant de Foucault) ;
- Par le moteur lui-même :
- Par injection de courant continu ;
- Un fonctionnement en génératrice.

En cas de coupure réseau, seul le frein mécanique assure l'immobilisation de la charge.

4. Problèmes d'application

4.1. Enrouleur

Un atelier comporte une machine d'élaboration ,équipée, d'un enrouleur permettant de stocker le produit fini. Un moteur entraîne la bobine par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse (rapport 1/8 et rendement considéré en première approximation :100%).

Les caractéristiques du film plastique sont :
Epaisseur 8/100mm ; largeur 900mm ;
Diamètre de la bobine vide 300mm ; Diamètre de la bobine pleine : 1000mm
Traction du film : 950N ; Vitesse de défilement constante 400m/min

La phase de démarrage dure 1s et se fait à vide sans film plastique.
La phase de freinage dure 5s à bobine pleine, le film , étant coupé.
Dans ces deux phases, le moteur ne subit pas de couple résistant de la part de la charge.
A plein l'inertie ramenée du système sur l'axe moteur est Jp= 1,67kg.m² et à vide Jv=0,079kg.m².

A - Phase à vitesse constante

1) Exprimer les puissances à l'entrée et en sortie du réducteur. Exprimer les vitesses de rotation de la bobine et du moteur. Exprimer le couple moteur
2) Calculer les valeurs extrêmes de la vitesse du moteur
3) Calculer les valeurs extrêmes du couple moteur

B - Phases de démarrage et de freinage

4) Exprimer et calculer le couple moteur dans ces deux phases
5) Représenter le diagramme deux quadrants, couple en fonction de la vitesse

4.2. Véhicule automoteur

Un véhicule automoteur roule sur une voie à crémaillère, rectiligne, comprenant une partie horizontale pour le démarrage, une partie inclinée de α=30° (sin α = 1/2) et à nouveau une partie horizontale pour le freinage. La longueur totale de la voie est 2000m.

Le cahier des charges impose une vitesse de régime V de 10m/s, un temps d'accélération de 15s (t_a) et un temps de freinage de 10s (t_f).

La masse en charge est M=5000kg. Pour le poids on prendra g= 10m/s².

Le moteur embarqué entraîne, par l'intermédiaire d'un réducteur, un pignon qui roule sur la crémaillère fixe. Le rapport de réduction (vitesse du moteur sur vitesse du pignon) est K. La masse du pignon est 20 kg et son rayon de giration r=10cm.

Le moteur a une vitesse nominale de 3000tr/min (314 rd/s).
Le rendement de la transmission (réducteur) est 90%.
L'inertie du moteur est 0,025 kg.m².

a) – Etude cinématique
Calculer
a -1) L'accélération au démarrage et l'accélération au freinage (négative).
a -2) La distance parcourue pendant la phase de démarrage et la distance parcourue pendant la phase de freinage (par raisonnement graphique et par calcul)
a - 3) La durée du parcours sur la phase à vitesse constante

b) – Etude dynamique
b - 1) Calculer la force s'opposant au mouvement en raison de la pente F_p et la force de frottement de roulement équivalent à 2,5% du poids de la rame (F).

b - 2) Calculer la puissance au niveau des roues demandée par les frottements P_f et celle demandée par la pente P_p.

c) - Etude de l'inertie

c – 1) Calculer l'énergie cinétique du véhicule en translation, dans la phase de montée à vitesse constante.
c - 2) déterminer la loi numérique reliant la vitesse du moteur Ω à la vitesse V, ainsi que le rapport de réduction K

c – 3) Calculer l'inertie de la charge ramenée à l'arbre moteur

c - 4) Calculer l'énergie cinétique du pignon dont la masse m est 20kg et le rayon de giration r=10cm. Calculer son inertie Jp.

Les roues du véhicule ont une inertie ramenée à l'arbre moteur du même ordre de grandeur que celle du pignon. On constate donc que l'inertie véhicule est de façon prépondérante dans sa carcasse en translation. On négligera ensuite aussi l'inertie du moteur.

d) –Calcul des couples sur un trajet aller et retour - diagramme poly-quadrants

On considère les phases d'accélération, de freinage, de montage à vitesse constante et de descente à vitesse constante.
On établit le bilan de puissance sur ces quatre phases afin de déterminer si la charge est entraînée ou entraînante, pour déterminer le couple utile de la machine électrique ainsi que son mode de fonctionnement.

d - 1) phase de montée à vitesse constante

Etablir le bilan de puissance requise par la charge, puis au niveau du moteur et en déduire le couple moteur de la machine

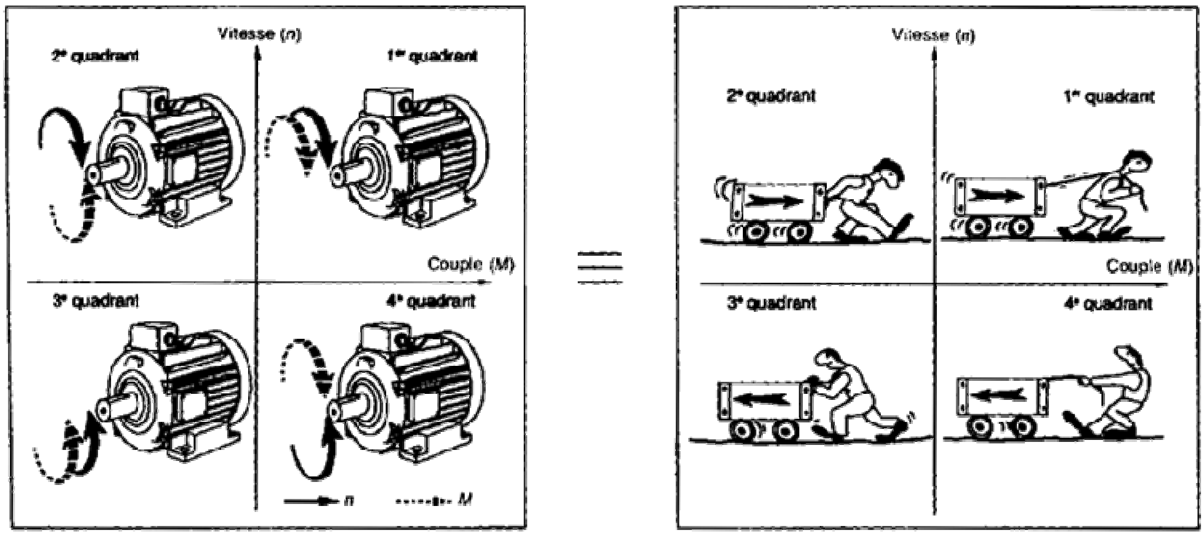
d - 2) phase d'accélération et de décélération
Il faut déjà remarquer que la situation mécanique est la même dans les deux sens du mouvement, car les rampes de démarrage et freinage sont de pente nulle.
La machine doit vaincre les frottements qui sont toujours dissipateurs d'énergie et l'inertie pouvant être résistante ou motrice. La pente ne joue pas dans ces phases.

Etablir le bilan de puissance requise par la charge, puis au niveau du moteur et en déduire le couple moteur de la machine

d - 3) phase de descente à vitesse constante

Etablir le bilan de puissance requise par la charge, puis au niveau du moteur et en déduire le couple moteur de la machine

d - 4) Représenter le diagramme couple-vitesse quatre quadrants



4.3. Traction électrique

On considère un véhicule urbain de transport sur rails, motorisé par moteur à courant continu à excitation séparée. La commande du moteur est obtenue par deux hacheurs série, l'un pour l'induit (rapport cyclique α), l'autre pour l'inducteur (rapport cyclique β).

Les données mécaniques sont les suivantes :

La masse totale en charge du véhicule est 75 tonnes.

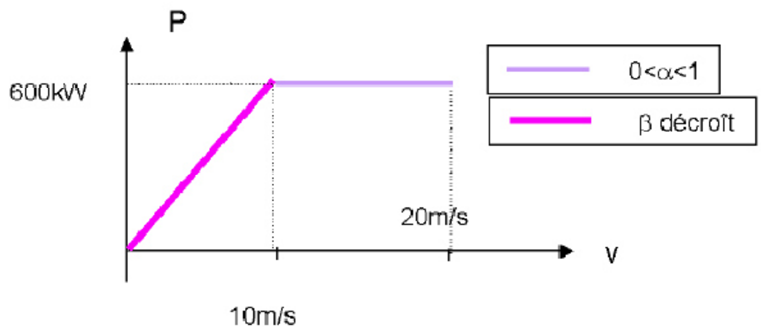
La force de résistance à l'avancement du aux frottements de roulement et à la résistance de l'air est donnée par la fonction $F = 750 + 22v + 6v^2$.

Dans cette expression v désigne la vitesse en m/s.

La commande du moteur est telle que :

Pour une vitesse inférieure à 10m/s, le rapport cyclique de l'inducteur est maintenu à 1. Le rapport cyclique de l'induit varie de 0 à 1. Au-delà de 10m/s jusqu'à la vitesse maximum, sur le plat, de 20m/s, on laisse la valeur de α à 1 et on diminue β.

La puissance mécanique que l'on peut fournir au niveau des roues motrices, en tenant compte du rendement suit le profil suivant.



La transmission mécanique est assurée par un réducteur de rapport de réduction k=10 et de rendement η=0,85. Le diamètre des roues est D=100cm.

1 - A 10m/s, en phase à vitesse constante. Le couple moteur ne sert qu'à vaincre la résistance à l'avancement.

a)Calculer la résistance à l'avancement F :

b) En déduire la puissance demandée au niveau des roues P_F puis au moteur : P_m.

c) Calculer sa vitesse et son couple

2 - A 10m/s, on demande toute la puissance disponible.
Le couple moteur doit vaincre les frottements et entraîner l'inertie du système.

Calculer l'accélération maximale possible et le couple moteur maximal.

Cette valeur comprend 92N.m pour compenser la résistance à l'avancement et 3530-92 soit 3440N.m pour l'inertie. On remarque, et ceci est général, que l'inertie demande plus de puissance que la résistance à l'avancement surtout pour un véhicule lourd et à basse vitesse.

4 - A 20m/s,

a) *Calculer la résistance à l'avancement.*

b) *Quelle est la puissance correspondante aux roues ?*

c) *Quelle puissance reste disponible pour l'accélération ?*

d) *Quelle est l'accélération maximale ?*

e) *Quel est le couple moteur maximal à cette vitesse. Comparer la valeur obtenue à la précédente ?*